



GEOMETRIA FRACTAL - UMA ABORDAGEM NA ENGENHARIA CIVIL COM A IMPRESSORA 3D

RESUMO

A Geometria Fractal tornou-se possível pelo surgimento dos computadores, o que possibilitou a interação prolongada das equações matemáticas, gerando não somente as sequências de números, mas composições gráficas (formas) diferentes das já conhecidas até então, as não lineares. Essa pesquisa tem como objetivo geral viabilizar um exemplo da geometria fractal com a impressora 3D para exemplificação na Engenharia Civil. Para isso são necessários os seguintes objetivos específicos: compreender os fractais para aprofundar o estudo relacionado à geometria fractal na Engenharia Civil; verificar qual software específico representa o uso da Geometria Fractal na Engenharia Civil e identificar um exemplo da geometria fractal que será viabilizados na impressora 3D. A pesquisa classifica-se como qualitativa, explicativa, bibliográfica, pois foi feito o levantamento bibliográfico sobre a geometria fractal, e experimental devido o propósito de viabilizar o exemplo na impressora 3D. Na fundamentação teórica foram evidenciados os autores Mandelbrot (1997), Sallum (2005), Capra (1998), Barbosa (2002), Nunes (2006). Com os resultados da pesquisa foi possível viabilizar exemplo da geometria fractal com a impressora 3D para a Engenharia Civil.

Palavras-chave: Geometria Fractal. Exemplos. Engenharia Civil.

INTRODUÇÃO

Através da geometria fractal é possível estudar propriedades e comportamentos que não são detectados com a geometria euclidiana, por exemplo, a descrição de algumas formas/fenômenos da natureza, como: planetas, nuvens, costas geográficas, conchas, folhas de plantas e a morfologia urbana.

Ao objeto matemático que pode ser dividido em partes, sendo essas partes semelhantes ao objeto original,

NICOLODI, Roberto.
Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (FURB);
Graduação em Matemática (FURB). Professor (SINERGIA).
nicolodiprof@gmail.com.
<http://lattes.cnpq.br/0034995605095>
32

NICOLODI, Josiane Elias.
Mestrado em Educação (UNIVALI); Especialização em Metodologia do Ensino da Matemática (IBPEX); Graduação em Matemática (FURB).
Professora e Coordenadora dos cursos de Engenharia Civil e de Engenharia de Produção (SINERGIA).
josianenicolodi@ig.com.br
<http://lattes.cnpq.br/8891106975756>
079

NICOLODI, Roberto; NICOLODI, Josiane Elias. Geometria fractal – uma abordagem na Engenharia Civil com a impressora 3D. REFS – Revista Eletrônica da Faculdade Sinergia, Navegantes, v.10, n.16, p. 49-59, jul./dez. 2019.

denomina-se fractal, o qual tem infinitos detalhes e podem ser autossimilares e de escala.

Na maioria das situações, o fractal é gerado por um padrão repetitivo que remete à ideia de infinito, devido suas formas repetirem similarmente, em escalas cada vez menores, contendo cópias de si mesmas.

Essa denominação foi estabelecida em 1975 pelo matemático francês Benoît Mandelbrot, a partir do adjetivo latino *fractus*, do verbo frangere que significa quebrar, o que levou a descoberta da Geometria Fractal.

Na atualidade, quando observadas edificações, pavimentações (ladrilhos de ruas), é possível identificar algumas relações com a geometria fractal devido à aplicação dos fractais incluírem a compreensão de imagens ou modelagem de terrenos e texturas. Na arquitetura, tem gerado resultados agradáveis ao olho humano, embora ainda tenham polêmicas e discussões entre arquitetos, matemáticos e pesquisadores da área.

A questão central deste estudo foi: é possível viabilizar exemplos da geometria fractal através da impressora 3D como recurso pedagógico para o estudo dos conceitos de geometria na Engenharia Civil? Na busca de resposta, definiu-se como objetivo geral: viabilizar um exemplo da geometria fractal com a impressora 3D para exemplificação na

Engenharia Civil. E, para que este pudesse ser alcançado, outros específicos também foram estabelecidos, tais como: a) compreender os fractais para aprofundar o estudo relacionado à geometria fractal na Engenharia Civil; b) verificar a possibilidade de parcerias com outras instituições que desenvolvem pesquisas na área da Geometria Fractal, para o aprimoramento, divulgação e utilização do software específico; c) identificar os exemplos da geometria fractal que serão viabilizados na impressora 3D.

A fundamentação teórica será dividida em dois tópicos: o primeiro, abordará a Geometria Fractal com os autores Mandelbrot (1977), Sallum (2005), Capra (1998), Barbosa (2002), Nunes (2006) e o segundo fará referência à utilização da impressora 3D como recurso didático para as aulas de geometria na Engenharia Civil.

Como essa pesquisa, foi possível conhecer um pouco mais da Geometria Fractal, e também observar as contribuições da utilização da impressora 3D para o aprendizado dos conceitos de geometria para os acadêmicos de Engenharia Civil, tendo em vista que o graduado em engenharia civil deverá ter formação interdisciplinar nas áreas da técnica, ciências humanas e da arte, capaz de compreender a complexidade dos ambientes socioespaciais.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 A GEOMETRIA FRACTAL

Na atualidade, as tecnologias vêm encantando cada vez mais as crianças e os jovens, com os jogos computacionais, a realidade virtual, as músicas e os filmes de ficção científica que possibilitam imagens coloridas e movimentadas, os quais despertam a atenção de todos. Este mundo, onde as tecnologias são diversas e transformam-se com grande rapidez, nos leva a reflexão acerca das práticas pedagógicas nas aulas de matemática e geometria, e é onde surge a geometria fractal.

O conhecimento da Geometria Fractal somente tornou-se possível pelo surgimento dos computadores, o que possibilitou a interação prolongada das equações matemáticas, gerando não somente as sequências de números, mas composições gráficas (formas) diferentes das já conhecidas até então, as não lineares, descritas como fria e seca, devido, por exemplo, a,

[...] sua incapacidade para descrever a forma de uma nuvem, de uma montanha, de um litoral, ou de uma árvore. Nuvens não são esferas, montanhas não são cones, litorais não são círculos, cascas de árvore não são lisas,

nem o relâmpago viaja em linha reta (MANDELBROT, 1977, p. 1).

Algumas dessas formas geométricas abstratas nos chamam atenção por serem de uma beleza fascinante, com padrões que repetem-se infinitamente, com uma complexidade incrível, mesmo limitados a uma determinada área.

As primeiras descobertas que originaram a Geometria Fractal, foram introduzidas por Benoit Mandelbrot em 1975, com a definição de fractal.

Eu cunhei a palavra fractal do adjetivo latino **fractus**. O verbo latino correspondente **frangere** significa quebrar: criar fragmentos irregulares. Portanto, é considerável – e quão apropriado para as nossas necessidades! – que, além de significar **fragmentado** (como em fração ou refração), **fractus** pode também significar irregular, estando ambos os significados preservados em **fragmento** ((MANDELBROT, 1977, p. 4, **grifos do autor**).

Assim, Sallum (2005, p. 01) alude que,

Um fractal é uma figura que pode ser quebrada em pequenos pedaços, sendo cada um desses pedaços uma reprodução do todo. Não podemos ver um fractal porque é uma figura limite, mas as etapas de sua construção podem dar uma ideia da figura toda. Seu nome se deve ao fato de que a dimensão de um fractal não é um número inteiro.

É possível classificar esses fractais em duas categorias: os fractais geométricos e os fractais aleatórios. Os fractais geométricos repetem sempre um modelo padrão e os aleatórios são aqueles originados por computadores.

Também possuem com frequência duas características: a complexidade infinita e a autossimilaridade. A complexidade infinita é uma propriedade dos fractais que tende ao infinito, ou seja, nunca será possível representá-los completamente, pois a quantidade de detalhes é infinita, sempre será possível dividi-lo repetitivamente em partes cada vez menores. Já a autossimilaridade também está presente na teoria do caos, onde

os atratores estranhos são exemplos extraordinários de fractais. Se partes da sua estrutura são ampliadas, elas revelam uma subestrutura em muitas camadas nas quais os

mesmos padrões são repetidos muitas e muitas vezes. Por isso, tornou-se comum definir atratores estranhos como trajetórias no espaço de fase que exibem geometria fractal (CAPRA, 1998, p. 119).

A autossimilaridade ou autosssemelhança é quando um fractal apresenta cópias no seu interior da sua forma inicial, ou seja, um pequeno pedaço é similar ao todo. Assim, cada pequena função do fractal, é uma réplica do original, só que em dimensão/escala menor, o que se classifica como a simetria pela escala. Essa característica é observada facilmente nos fractais encontrados na natureza como por exemplo, um pedaço de brócolis retirado, observa-se que esse pedaço é exatamente igual ao todo, pois

a geometria fractal era uma geometria da natureza, que fazia um apelo constante ao caos estatístico. Mas, com a sua utilização, o seu papel alargou-se enormemente. É uma geometria da **natureza** e é uma geometria do **caos**, sob duas formas: **estatística e determinista**. Para ser mais preciso, os Objetos Fractais, de 1975, propunham-se não só a descrever as montanhas, as nuvens, as árvores e os amontoados de galáxias, mas também descrevê-los de uma forma suficientemente perfeita para permitir imitar imagens do real por meio de fórmulas. Essas imitações baseavam-se em modelos estatísticos. Pouco depois, no entanto, no meu livro inglês, Mandelbrot 1977f, pp. 255-259, verificava (lendo Poincaré) que as mesmas técnicas podiam ser aplicadas em dinâmica (MANDELBROT, 1991, p. 208, **grifos do autor**).

Dessa forma, faz-se necessário abordar a Geometria Fractal como uma metodologia de ensino, na disciplina de geometria descritiva, para compreensão dos conceitos estudados e também na aplicação dos conceitos de geometria fractal nas edificações. Nesse sentido:

A exploração da geometria fractal, em contexto de sala de aula, proporciona o desenvolvimento das atitudes, dos valores e das competências dos alunos, na medida em que promove a curiosidade e o gosto de aprender, de pesquisar e de investigar; impulsiona a utilização da matemática na interpretação do real, reconhecendo formas e processos que envolvem conceitos matemáticos; ajuda na compreensão dos conceitos de perímetro, área e volume;

promove a pesquisa de padrões e regularidades formulando em seguida generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos (NUNES, 2006, p. 74).

É possível afirmar que esta área da geometria passa a ser uma importante e eficaz metodologia de ensino, pois possibilita a abordagem e aplicação de vários conceitos, especificamente da geometria trabalhada no curso de Engenharia Civil.

A abordagem dessa pesquisa possibilitará ao aluno a aplicação dos conceitos trabalhados em sala, pois:

[...] para os fractais, em especial para a geometria fractal, faz-se necessário ao educador conseguir captar o educando com o transparecer de sua própria vibração, e talvez evidenciando o êxtase na complementação na beleza de seus visuais, conduzindo-o ao prazer pelas informações e conhecimentos culturais da vasta variedade de fractais (BARBOSA, 2002, p. 14).

Além do campo extenso de aplicações dos fractais, é necessário perceber a potencialidade que existe nesta área da geometria, podendo, assim, trabalhar conceitos de simetria, relacionando a Geometria Fractal com a arquitetura e o urbanismo.

1.2 AS CURVAS DE PEANO

Para melhor compreensão do conceito de Geometria Fractal e geometria, será abordado nesse tópico uma aplicação na matemática que envolve o conceito de ponto, reta, plano, que são conceitos da geometria descritiva com a Curva de Peano.

A Curva de Peano é um exemplo de fractal que surgiu em 1890, com Giuseppe Peano (1858-1932), logicista, matemático e professor italiano. As curvas encaixam-se em uma das duas categorias principais dos fractais (aleatórios e as geométrica – objeto deste estudo) que determinam como são formados ou gerados.

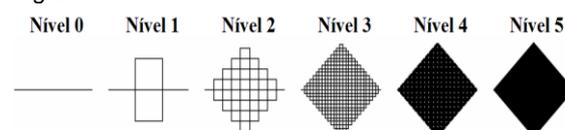
Os fractais determinísticos, também conhecidos como fractais geométricos, são subconjuntos gerados por transformações

geométricas simples do próprio objeto nele mesmo, possuem uma regra fixa de substituição geométrica, aplicadas a cada iteração como por exemplo, a curva de Peano (FERNANDES, p. 14, 2007).

Foi denominada patológica, na época de sua criação, levando em consideração que suas linhas têm dimensão eucladiana 1 e preenchem planos com dimensão 2 (BAIER, 2005). Mandelbrot (1991, p. 51) cita que "a expressão curva de Peano aplica-se, genericamente, a toda uma família de curvas patológicas que, entre 1890 e 1925, desempenharam um papel decisivo na elaboração do conceito de dimensão topológica".

O preenchimento do plano é feito de forma que a curva passa por todos os pontos de uma área específica, que aos poucos vai sendo ocupada por inteiro e não apresenta intersecção. Inicia-se com um seguimento de reta que, em sua primeira iteração, transforma-se em nove seguimentos com o mesmo comprimento entre si, mas com um terço do seguimento original. Essa é a primeira etapa da construção recursiva da Curva de Peano, que tem continuidade nos nove novos segmentos, sendo assim levado ao infinito.

Figura 01 - Curva de Peano.



Fonte¹: Elaborado pelos autores.

Para o esclarecimento da multiplicação dos seguimentos, Cruz (2010, p. 7) cita que:

a Curva de Peano no nível 1 possui nove segmentos, como as substituições são efetuadas em cada um desses, pode se encontrar miniaturas da curva no nível 1 em nove partes do nível 2. Deste mesmo modo, pode se encontrar nove miniaturas do nível 2, no nível 3 e assim sucessivamente.

O processo iterativo de fractais é seu sistema generativo de formas no qual é empregada a fórmula $D = \log N / \log n$, onde D significa dimensão; N significa o número de

¹ Fractais e Sistemas de Funções Iteradas.

peças em cada iteração; e n a ampliação necessária para chegar ao objeto original.

Solução para Curvas de Peano:

$$N=9 \quad n=3$$

$$D = \log 9 / \log 3$$

$$D=2$$

Quadro 01 - Tabela de raciocínio da Curva de Peano.

| Nível | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | N |
|------------------------------|---|-----|-----|------|------|---------|
| Número de seguimentos | 1 | 9 | 81 | 729 | 6561 | 9^n |
| Comprimento de cada segmento | 1 | 1/3 | 1/9 | 1/27 | 1/81 | $1/3^n$ |
| Comprimento total da curva | 1 | 3 | 9 | 27 | 81 | 3^n |

Fonte²: Elaborado pelos autores.

Algumas características destas curvas podem ser consideradas: autossimilaridade, estrutura fina, fácil construção e difícil descrição analítica. A autossimilaridade ocorre por conta da multiplicação dos seguimentos, sempre em versão menor que o anterior, como uma miniatura. A estrutura fina, pois mesmo com a variação de ampliação na visualização, é possível observar os detalhes dos fractais. Sendo um processo de repetição infinito, torna-se um objeto de fácil construção. Para a descrição analítica da curva, faz-se necessário mais do que apenas uma simples função (SILVA, 2008).

1.3 ARQUITETURA FRACTAL E A IMPRESSORA 3D

Na arquitetura, a Geometria Euclidiana é a mais comum por conta das suas formas puras, lisas e regulares, enquanto a Geometria Fractal apresenta uma ampla diversidade, com o aprimoramento das formas, apresentando-as com maior complexidade, sem tantas limitações. Pode-se dizer que as formas fractais são uma extensão das formas euclidianas.

A Geometria Euclidiana oferece o menor custo nas edificações, que por não haver tantos detalhes, seu custo tende a baixar. Esse é um conceito da Arquitetura Modernista, quando o funcionalismo era a palavra-chave. Mas, por outro lado, um dos pontos de maior importância

na arquitetura são as formas, e a Geometria Fractal dá maior liberdade para geração e inovação formal (DUARTE, 1999).

Villa Savoye, localizada em Poissy, França, de Le Corbusier é um exemplo de Arquitetura Modernista e sua conceitualização, onde pode ser observado que as formas mantêm-se puras, com pequenas alterações, mas sem ornamentos ou a utilização de fractais. Além disso, Villa Savoye contém os 'Cinco Pontos de uma Nova Arquitetura' lançados por Le Corbusier, que são os pilotis, janelas em fita, terraço jardim, fachada livre e planta livre (JONES, 2014).

Para a aplicação dos fractais na engenharia civil, é necessária a limitação de iterações, que nada mais é que um processo regrado de substituição por adição ou subtração de elementos similares, seguindo uma repetição. Os elementos para produzir um fractal são o iniciador e o gerador, mas pode haver mais, como: rotações, translações e angulações. Um exemplo de fractais em edificações é a Torre Eiffel, localizada em Paris, França, de Gustave Eiffel, de 1889. Muito antes da conceitualização dos fractais, ele já havia sido utilizado. As iterações são finitas na arquitetura, como já comentado, e representam uma sequência de elementos similares e ramificados na estrutura deste marco da cidade de Paris (GLEICK, 1991).

Os fractais podem ser representados em duas dimensões, que são feitos em um plano por meio de regras generativas, sendo um padrão para composições tridimensionais. Assim, na engenharia civil, a escala é uma ferramenta muito utilizada nas edificações, levando em consideração a escala humana no desenvolvimento das mesmas. O termo Realimentação do fractal pode ser utilizado quando se refere às alterações de escala do fractal. Os fractais podem ser padronizados ou ter simetria. A simetria segue um modelo rígido, enquanto a padronização ou autossimilaridade mostra a relação do todo.

² Novas configurações de monopolos planares quase-fractais para sistema de comunicações móveis.

Já a representação em três dimensões, é realizada por meio de softwares, em computadores por sua complexidade. A construção manual ou apenas por softwares é determinada pela quantidade de iterações e o grau de complexidade.

O ensino por meio da realidade computacional está presente em todas as áreas da sociedade e deve ser cada vez mais estimulada. No caso do curso de Engenharia Civil, faz-se necessário, além da abordagem computacional simples, utilizar programas que podem abordar novos conceitos, como a Geometria Fractal (ORCIUOLI, 2009).

É importante o conhecimento dos acadêmicos dessa nova possibilidade de exploração de formas para que possam ir além do esperado, projetando e modelando diferenciações, além da criação de repertório visual, exercícios de construção e desconstrução de formas e criação de morfologias (SEDREZ, 2009).

Mandelbrot (1998) descreve que os potenciais do ensino de Geometria Fractal para os alunos direciona ao envolvimento das imagens e de quem as produz; a novos rumos, levando em consideração que é uma linguagem matemática; à atração pelos fractais, motivando-os ao uso mais frequente e à utilização útil.

Nesse contexto, a impressão em 3D está conquistando, cada vez mais, espaço no

desenvolvimento de modelos e protótipos para estudos ou fabricação de itens, pois as áreas são diversas: mobiliário, iluminação, próteses, aeronáutica. A velocidade e a funcionalidade que a impressora 3D oferece atrai diversos usuários (DIMITROV; SCHREVE; DE BEER, 2006).

Além disso, como descreve Jing et al. (2014), a impressão 3D tem ajudado a repensar o design, melhorando o desempenho do produto final. Isso confirma o quão importante é a utilização dessa ferramenta no ensino de todas as áreas de criação.

Na área da Engenharia Civil, principalmente durante o desenvolvimento de projetos, os softwares utilizados para a impressão em 3D sofreram uma grande inovação, facilitando a criação de formas complexas no modelo virtual e também no impresso. Mitchell e McCullough (1994) citam os softwares paramétricos, scriptings e algoritmos como exemplos de meios de ensino, tomadas de decisões projetuais e análises térmicas, de iluminação e forma na área da engenharia civil.

Um dos pontos negativos da sua utilização é o custo alto da matéria-prima, mas ainda assim traz uma flexibilidade produtiva e compactação de processos (HOPKINSON; DIKENS, 2001).

2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Apresentou-se embasamento teórico do tema principal, Geometria Fractal, esclarecendo e compreendendo que ela também é conhecida como Geometria da natureza, levando em consideração que foi sua principal inspiração para a criação de composições de formas não lineares, como fragmentos irregulares. A partir disso, aprofundou-se a pesquisa na aplicação dos fractais na Engenharia Civil, possibilitando novas formas.

Para a impressão 3D, foi selecionada uma edificação que servirá de modelo para tal, a F&F Tower (Figura 02), que será melhor explanada a seguir.

A aplicação da Geometria Fractal na Engenharia Civil oferece uma nova possibilidade na criação e modelagem de novas formas, com complexidade e maior liberdade. A natureza é a maior inspiração, sendo possível replicar algumas das suas formas, mas a principal contribuição é a constatação que se pode desenvolver algo diferenciado do que havia sido feito até então. Aplicou-se os fractais com iterações limitadas, com a repetição de elementos similares ou simétricos. A F&F Tower apresenta-se como um modelo onde o conceito de Geometria Fractal pode ser observado em análise.

A F&F Tower, também conhecida como Revolution Tower, fica localizada na Cidade do Panamá, Panamá. Concluída em 2012, a torre teve sua construção em apenas dois anos; são cerca de 50 mil metros quadrados, com 51 andares, dos quais 13 são utilizados como estacionamento e o restante, para salas comerciais. Tem o total de 230 metros de altura e esteve entre os arranha-céus escolhidos pela empresa Emporis em 2012, no prêmio mundial que leva em consideração a altura, a inovação tecnológica e o design (PIZÓN LOZANO & ..., 2014).

A torre é um marco referencial na cidade, por ser um dos edifícios mais altos e também pelas formas diferenciadas, com sofisticação. Localiza-se no setor financeiro, tendo maior avanço econômico e atraindo turistas.

Figura 02 - F&F Tower.



Fonte: Pizón Lozano & ... (2014).

O projeto é de Pinzón Lozano, arquiteto panamenho e conta com um design em espiral que referencia o DNA humano, parafusos, hélices, entre outros. Além disso, tem vedação em vidro com uma proteção especial contra raios solares. Cada um dos andares da edificação sofre uma rotação de 8° ao redor do eixo central, formando, assim, pequenas sacadas em balanço (TERGOLINA, 2013).

Estruturas espirais estão diretamente ligadas à modelagem 3D, com desafios e inspirações para designers. Além disso, diversas edificações com esse tipo de visual tem adicionado a preocupação com a ecologia,

eficiência energética e arquitetura verde, temas em uso na arquitetura contemporânea (KILIBARDA et al., 2014).

Kilibarda et al. (2014) cita outras edificações que seguem a mesma linha que a F&F Tower, como a Evolution Tower, localizada em Moscou, Rússia, Spiral Tower, em Nagoya, Japão, The Turning Torso, em Malmo, Suécia, e Escola Judaica Heinz-Galinski, em Berlim, Alemanha.

O design inovador utilizando espirais é um dos nichos da Geometria Fractal, levando em consideração a repetição de elementos similares, a modelagem por computador que apenas atualmente tem sido possível de ser feito dessa forma, e a referência de formas na natureza, como citado anteriormente.

A F&F Tower é um dos exemplos utilizados para conectar de forma concreta a análise da Geometria Fractal com a Engenharia Civil. A Curva de Peano se aplica a este caso, com o preenchimento repetitivo de ângulos de 90° sem intersecções, conforme já citado. Cada pavimento da torre rotacionado tem a forma de um retângulo, que gira em torno de um eixo central, onde os planos e volumes remetem a fractais pela flexibilidade.

O arquivo digital modelado da edificação foi utilizado para a impressão em 3D, assim obtive-se mais uma ferramenta de aprendizagem visual, além de ser um incentivo à aprendizagem computacional com programas, principalmente sobre modelagem 3D, possibilitando a inserção de novos conceitos, como do presente estudo. A pontuação imagética é muito importante na formação de acadêmicos na área da criação, principalmente para fases iniciais, e além disso, o modelo 3D se torna muito funcional, como já abordado na fundamentação teórica.

A impressora 3D utilizada foi a do modelo Makerbot Replicator Desktop 3d Printer que suporta arquivos nos formatos OBJ e STL (Figura 03). A impressão ocorre por meio de uma extrusora que esquento o refil (Figura 04), que pode ser colorido, apenas de baixo para cima, criando uma base para maior estabilidade. O material utilizado é não-tóxico e pode ser utilizado para fins de estudo, com pouca

deformação, além de oferecer protótipos duráveis e resistentes à impactos.

Figura 03 - Makerbot Replicator Desktop 3d Printer.



Fonte: MakerBot.

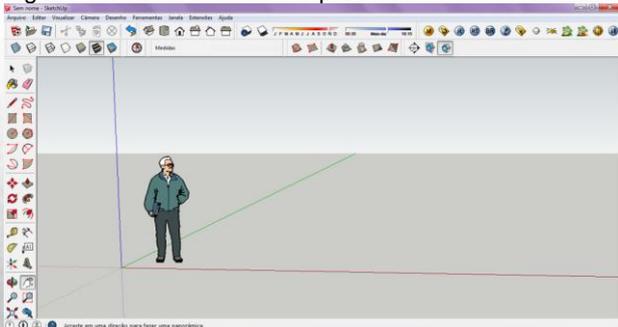
Figura 04 - Refil em rolo utilizado em impressões 3D.



Fonte: Os autores.

Para a modelagem 3D, recorreu-se ao programa SketchUp, na versão 2015 (Figura 05). Este programa oferece diversas ferramentas intuitivas e úteis na criação de projetos arquitetônicos, urbanísticos e de interiores. O uso do SketchUp é comum para acadêmicos e profissionais da área. Para ser compatível com a impressora 3D, foi necessário gerar um arquivo no formato OBJ.

Figura 05 - Interface SketchUp 2015.



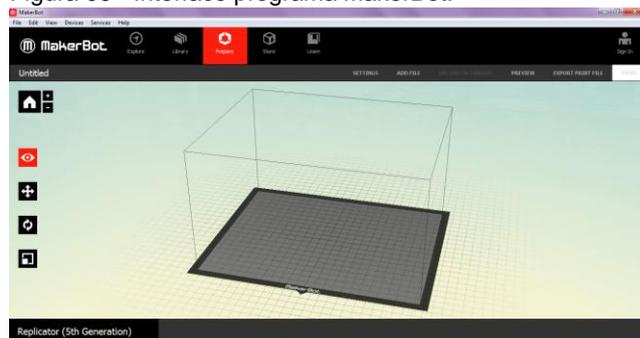
Fonte: Os autores.

Após os blocos estarem modelados e em formato OBJ, foi necessário a utilização do programa da impressora, um aplicativo que foi baixado diretamente do site da empresa MakerBot (Figura 06). O programa possibilita a alteração de escala do arquivo, alteração de onde o modelo será impresso na base da impressora, além de rotacionar e dar diferentes ângulos do modelo. Neste programa, escolheu-se a qualidade de impressão e obteve-se acesso à quantidade gramas de material necessário para a impressão, assim como o tempo estipulado.

O programa disponibilizado pela MakerBot dá uma previsão de como o modelo ficaria se fosse impresso. Dificuldades foram encontradas para compatibilizar o arquivo feito no SketchUp, pois diversos planos e arestas não foram aceitos pelo programa, criando falhas. Houve bastante retrabalho para compatibilizar todos os blocos.

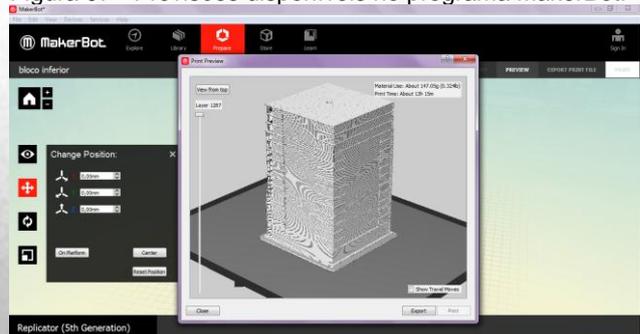
Outra limitação da impressora encontrada é que ela pode fazer impressões de um modelo de até 15cm, e a modelagem da F&F Tower terá cerca de 50cm no total. Isso fez com que diversos blocos fossem criados separadamente para encaixe posterior.

Figura 06 - Interface programa MakerBot.



Fonte: Os autores.

Figura 07 - Previsões disponíveis no programa MakerBot.

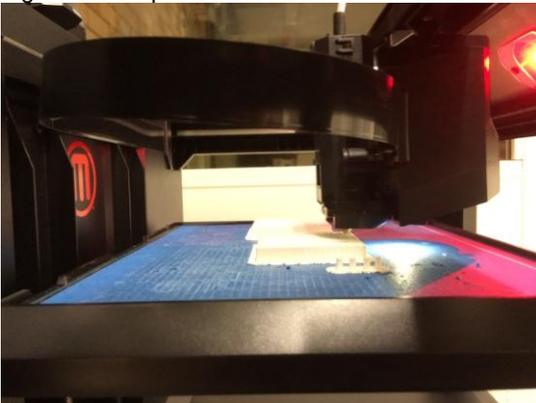


Fonte: Os autores.

Como há a rotação dos andares superiores na torre F&F, cada andar foi modelado individualmente para fazer o encaixe correto com pinos. Nos andares inferiores optou-se por modelação em um bloco único, com seus detalhes em cheios e vazios.

Primeiramente, realizou-se um teste de impressão na cor branca em apenas duas peças (Figura 08). Os encaixes com os pinos não foram perfeitos por conta da deformação do material, dessa forma, alterou-se na modelagem do SketchUp, o que foi preciso para que na próxima impressão não houvesse esse tipo de problema novamente.

Figura 08 - Impressão do teste feito.



Fonte: Os autores.

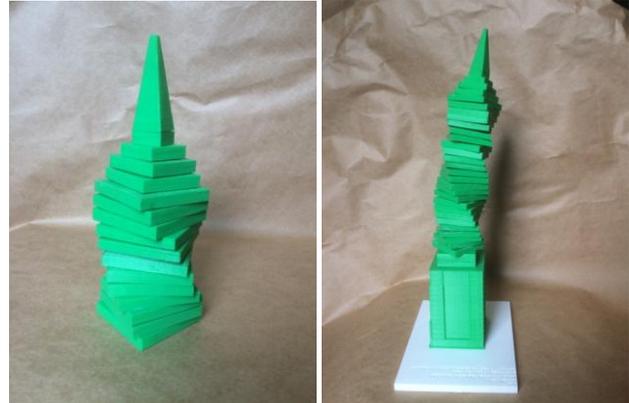
CONCLUSÃO

Com a impressão 3D de edificações e formas, tem-se mais uma ferramenta de aprendizagem visual, além de ser um incentivo à aprendizagem computacional com programas, principalmente sobre modelagem 3D, possibilitando a inserção de novos conceitos, como o do presente estudo. A pontuação imagética é muito importante na formação de acadêmicos na área da criação, principalmente para fases iniciais, e, além disso, o modelo 3D se torna muito funcional. O modelo da F&F Tower impresso em 3D pode ser utilizado como instrumento para melhor compreensão das definições de geometria fractal, facilitando a visualização.

Uma das nossas maiores dificuldades encontradas foi a utilização da impressora 3D, pelas limitações da máquina disponível. A edificação impressa teve que ser dividida em

Dando continuidade à pesquisa, modelaram-se todos os blocos que seriam impressos em material na cor verde (Figura 09), para a impressão final, para que visualmente ficasse mais próximo da edificação estudada.

Figura 09 - Resultado final impresso.



Fonte: Os autores.

Após a montagem final dos blocos, chegou-se à maquete do prédio estudado, onde é possível observar a geometria fractal na Engenharia Civil.

diversas partes. Um dos motivos foi o sistema de pinos desenvolvido, pois cada um dos andares do edifício rotaciona em relação ao eixo central em 8°, então seria complicado imprimir os andares rotacionados juntos; o outro motivo foi a altura máxima de impressão, 15cm neste caso, e a impressão proposta tem aproximadamente 50cm. Dependendo da modelagem feita e testada virtualmente por um software de apoio da impressora, ocorreram defeitos de impressão, com falhas e travamentos da impressora, dificultando o prosseguimento das atividades e forçando o retrabalho.

Após a impressão de todos os blocos modelados, foi utilizado o sistema de pinos já citado, em com um encaixe na angulação. O bloco principal é o inferior, que pode ser feito em uma única impressão. Este bloco é retilíneo, não

tem rotação e representa os treze primeiros andares da edificação. Procurou-se manter todos os detalhes das fachadas, com os cheios e os vazios. Salvo a maioria dos detalhes, alguns tiveram que ser impressos separadamente e colados ao bloco com cola comum, pois a impressora não os aceitou.

Os blocos superiores, que têm rotação, primeiramente foram impressos apenas com

rebaixos para a colagem dos pinos e furos para o encaixe com outra peça. Os pinos foram impressos separadamente por limitações da impressora, e são colados aos rebaixos dos blocos com cola comum.

Em suma, averiguou-se que é possível, sim, viabilizar exemplos da geometria fractal com a impressora 3D para exemplificação do ensino de geometria na Engenharia Civil.

REFERÊNCIAS

BAIER, T. **O nexo “Geometria fractal – produção da ciência contemporânea”** tomado como núcleo do currículo de matemática do ensino básico. 2005. 147 f. Dissertação (Tese de Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2005.

BARBOSA, R. M. **Descobrimo a geometria fractal – para a sala de aula.** Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2002.

BEUREN, I. M. Trajetória da construção de um trabalho monográfico em contabilidade. In: BEUREN, I. M. (Org.). **Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade: teoria e prática.** 2. ed. São Paulo: Atlas, 2004. p. 46-75.

CAPRA, F. **A teia da vida: Uma Nova Compreensão Científica dos Sistemas Vivos.** 3. ed. São Paulo: Cultrix, 1998.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A. **Metodologia científica.** 4. ed. São Paulo: Makron Books, 1996.

CRUZ, G. P. **Fractais: Padrões complexos de incrível beleza.** [2010]. 12f. Dissertação - Universidade Nove de Julho, São Paulo, [2010]. Disponível em: <<http://www.unifafibe.com.br/revistasonline/arquivos/hispecielemaonline/sumario/17/30032011214317.pdf>>. Acesso em: 20 ago. 2016.

DIMITROV, D; SCHREVE, K.; DE BEER, N. Advances in three dimensional printing - state of the art and futures perspectives, **Rapid Prototyping Journal**, Stellenbosch, v.12, n.3, p.12, 2006.

DUARTE, F. **Arquitetura e tecnologias de informação: da revolução industrial à**

revolução industrial. São Paulo: Editora da Unicamp. FAPESP: ANNABLUME, 1999. ESPANÉS, I. M. de. **Fractales y formas arquitectónicas.** Córdoba: I+P División Editorial, 2003.

FERNANDES, J. A. **Fractais: uma nova visão da matemática.** 2007. 46 f. Monografia (Graduação em Matemática) - Centro Universitário de Lavras, Lavras - MG, 2007.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010. 184p

GLEICK, J. **Caos: a criação de uma nova ciência.** Tradução Waltensir Dutra. 4. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1991.

HOPKINSON, N; DICKENS, P. M. Rapid Prototyping for direct manufacture. **Rapid Prototyping Journal**, v.7, n.4, p.197-202, 2001.

JENCKS, C. **The new paradigm in architecture: the language of post-modernism.** New Haven: Yale Press University, 2002.

JING, S. K. et al. A review of product design for Additive Manufacturing. **Applied Mechanics and Materials**, v. 635-637, p. 97-100, set. 2014.

JONES, D. **Tudo sobre arquitetura.** Rio de Janeiro: Sextante, 2014.

KILIBARDA, L. et al. Geometric 3D models of spiral structures inspired by contemporary architecture. In: International Scientific Conference on geometry and graphics, 4, 2014, Vlasina, Sérvia. **Anais**, Vlasina, Sérvia, Galaksija Niš, 2014. p. 13-23.

MAKERBOT. The replicator+Desktop 3D printer. Disponível em: <<https://www.makerbot.com/education/>>. Acesso em: 02 ago. 2016.

MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**. New York: W. H. Freeman and Company, 1977.

_____. **Objetos fractais: Forma, Acaso e Dimensão**. Lisboa: Gradiva, 1991.

_____. Fractals – a Geometry of Nature. In: HALL, N. (Org.). **The New Scientist Guide to Chaos**. London: Penguin Books, 1992.

_____. **Objetos fractais: forma, acaso e dimensão seguido de panorama da linguagem fractal**. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1998.

MITCHELL, W. J.; McCULLOUGH, M. **Digital Design Media**. 2. ed. Willey, 1994.

NUNES, R. S. R. **Geometria fractal e aplicações**. 2006. 78f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2006.

ORCIUOLI, A. **O impacto das tecnologias de fabricação digital nos processos de design**. São Paulo: Digital, 2009.

PIZÓN LOZANO & ASOCIADOS ARQUITECTOS. **Proyectos. Revolution. Revolution tower**. 2014. Disponível em: <<http://www.plasoc.com/portfolio/ff-tower/>>. Acesso em: 02 ago. 2016.

SALLUM, E. M. Fractais no ensino médio. **Revista do Professor de Matemática**. Rio de Janeiro, n. 57, 2º quadrimestre de 2005.

SEDREZ, M. R. **Forma Fractal no ensino de projeto arquitetônico assistido por computador**. 2009. 162 f. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

SILVA, M. R. **Novas configurações de monopolos planares quase-fractais para sistema de comunicações móveis**. 2008. 93 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2008.

SOUZA, J. P. Introdução à tecnologia digital em arquitetura. In: Tecnologia Digital. Novos processos, Nova arquitetura. (Parte 1). **Revista Arquitetura e Vida**, n. 61, junho 2005, Lisboa. p. 28-33.

TERGOLINA, P. **Panamá chama a atenção pela diversidade**. 2013. Disponível em: <<http://zh.clicrbs.com.br/rs/vida-e-estilo/noticia/2013/04/panama-chama-a-atencao-pela-diversidade-4101156.html>>. Acesso em: 25 jul. 2016.